

Unit

ത്രികോണ പ്പരപ്പ്

ആമുഖം

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുന്നതിനുള്ള മാർഗമാണ് ഈ അധ്യായത്തിൽ ചർച്ച ചെയ്യുന്നത്. മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ചതുരവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തികാണുകയും, മറ്റു ത്രികോണങ്ങളെ മട്ടത്രികോണങ്ങളാക്കി മാറ്റി പരപ്പളവ് കണ്ടെത്താനും മാർഗം രൂപീകരിക്കുന്നു. ചതുരം, സമചതുരം, ത്രികോണം എന്നിവയുടെ പരപ്പളവുകൾ കണ്ടെത്തി മറ്റുള്ള രൂപങ്ങളുടേയും പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുന്ന രീതിയും, ചില പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിനും മാർഗങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യുന്നു.

Std - VII

Unit - V

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

➤ പഠനനേട്ടങ്ങൾ

- ❖ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള മാർഗം വിശദീകരിക്കുന്നു.
- ❖ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എന്ന ആശയം ഉപയോഗിച്ച് ഏതൊരു ത്രികോണത്തിന്റെയും പരപ്പളവ് കണ്ടെത്താമെന്ന് സംർത്ഥിക്കുന്നു.
- ❖ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.

➤ ആശയങ്ങൾ

- ❖ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് അതിന്റെ ലംബവശങ്ങളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ്.
- ❖ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് അതിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെയും വശത്തിന്റെ എതിർമൂലയിൽ നിന്ന് വരയ്ക്കുന്ന ലംബത്തിന്റെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെയും പകുതിയാണ്
- ❖ ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിൽ നിന്നുള്ള ഉയരം എന്നത്, വശത്തെ നീട്ടിവരച്ച വരയിലേക്ക് എതിർ മൂലയിൽ നിന്നു വരയ്ക്കുന്ന ലംബത്തിന്റെ നീളമാണ്.

➤ TLM : സമചതുരം, ച.തുരം.... കട്ടികടലാസിൽ വെട്ടിയെടുത്തത്, ICT, Chart CWS)

➤ Time : 9 Periods

➤ പഠനബോധന പ്രക്രിയകൾ

Period - I

ചതുരം, സമചതുരം എന്നിവയുടെ പരപ്പളവുകൾ കാണുന്നതിന് മുൻകൂട്ടുകളിൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ?

വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തിയ ചതുരത്തിന്റേയും സമചതുരത്തിന്റേയും പര

പ്പളവ് കാണുന്നതിന് വേണ്ടി ഒരു ചോദ്യം ചോദിക്കുന്നു.

? 6 മീ വശമുള്ള ഒരു സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു സ്ഥലവും 8 മീ, 4 മീ വശങ്ങളുടെ നീളമുള്ള ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു സ്ഥലമുണ്ട്.

? ഇവയ്ക്ക് ചുറ്റും വേലികെട്ടുന്നതിന് ഏതിനാണ് കൂടുതൽ ചെലവ് വരുന്നത്? എന്ത് കൊണ്ട്?

? ഒരു മീറ്റർ ഇടവിട്ട് വാഴത്തൈകൾ നടുകയാണെങ്കിൽ ഓരോന്നിലും എത്ര തൈകൾ നടാം? ഏതിലാണ് കൂടുതൽ തൈകൾ നടാൻ കഴിയുന്നത്?

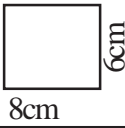
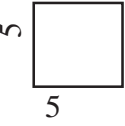
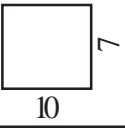
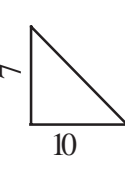
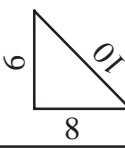
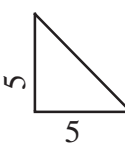
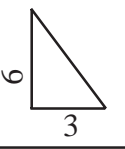
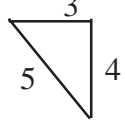
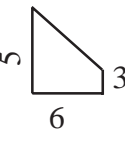
ചുറ്റളവ് തുല്യമുള്ള ചതിരത്തിന്റെയും സമചതുരത്തിന്റെയും പരപ്പളവുകൾ തുല്യമല്ലെന്നും, സമചതുരത്തിന് പരപ്പളവ് കൂടുമെന്നും ഓർമ്മപ്പെടുത്തുന്നു.

? 12 സെ.മീ 10 സെ.മീ വശമുള്ള ചതിരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പേപ്പർ പകുതിയാക്കി മടക്കി, മടക്കിയ ഭാഗത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 6 സെ.മീ, 5 സെ.മീ എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തി കാണിക്കുന്നു.

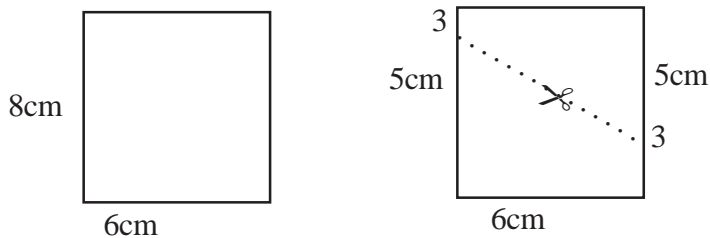
? ഇതിന്റെ പരപ്പളവെത്ര? 30cm^2 എന്ന് ധാരണയിലെത്തിയ ശേഷം പേപ്പറിന്റെ മടക്ക് നിവർത്തി അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്താതെ പരപ്പളവെത്രയെന്ന് ചോദിക്കുന്നു.

ആദ്യത്തെ ചതുരത്തിന്റെ 2 മടങ്ങായതിനാൽ പരപ്പളവും 2 മടങ്ങ് (60cm^2) ആയിരിക്കുമെന്ന് കുട്ടികൾ പറയട്ടെ. ആവശ്യമെങ്കിൽ മാത്രം അധ്യാപിക ഇടപെടുന്നു? ചതുരത്തെ മറ്റേതെല്ലാം രീതിയിൽ പകുതിയാക്കാമെന്ന് കണ്ടെത്തു. തുടർന്ന്,

പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക (Chart പ്രദർശിപ്പിക്കുന്നു)

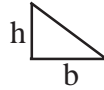
| രൂപം | രൂപത്തിന്റെ പേര് | വശങ്ങളുടെ അളവും പരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള | പരപ്പളവ് |
|---|------------------|--------------------------------------|------------------------------|
|  | ചതുരം | നീളത്തിന്റെയും വീതിയുടെയും ഗുണനഫലം | $8 \times 6 = 48\text{cm}^2$ |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |
|  | | | |

ഈ രൂപം 'ലംബകം' ആണെന്നും, ചതുരത്തിൽ എതിർ ദിശകളിൽ നിന്ന് ഒരേ അകലത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ മുറിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്നരൂപം ലംബകമാണെന്നും, ഇത് ചതുരത്തിന്റെ പകുതിയാണെന്നും ചെയ്ത് ബോധ്യപ്പെടുത്തുന്നു.



പട്ടികയിൽ നിന്ന് ക്രോഡീകരിക്കേണ്ടത്

- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വികർണത്തിലൂടെ മുറിച്ചെടുക്കുന്ന മട്ടത്രികോണം ചതുരത്തിന്റെ പകുതിയാണ്. ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ നേർപകുതിയാണ്.
- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ് അതിന്റെ പരപ്പളവ്



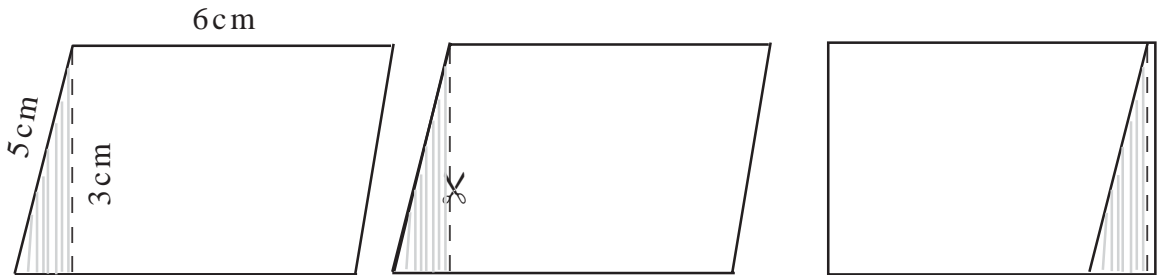
എങ്കിൽ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}bh$

Period - 3

- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 96cm^2 ആണ്. അതിന്റെ ലംബവശങ്ങളിലൊന്നിന്റെ നീളം 16cm എങ്കിൽ മറ്റേ ലംബവശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങൾ 12സെ.മി , 15സെ.മി . അതേ പരപ്പളവുള്ള മറ്റൊരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങളിലൊന്നിന്റെ നീളം 18സെ.മി ആണ്. മറ്റേ ലംബവശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- 100cm^2 പരപ്പളവുള്ള ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാവാം?
- പരപ്പളവ് 200cm^2 ആയ ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങളിൽ ഒന്നിന്റെ നീളം 8 സെ.മി ആയാൽ മറ്റേ വശത്തിന്റെ നീളമെന്ത്?

Period - 4

- സാമാന്തരീകത്തിന്റെ പരപ്പളവ്
സാമാന്തരീകത്തിന്റെ പ്രത്യേകതയും നിർമാണരീതിയും പഠിച്ചുകഴിഞ്ഞതിനാൽ (1-ാം പാഠഭാഗത്തിൽ) ഒരു സാമാന്തരീകം കട്ടിച്ചാർട്ടിൽ വരച്ച് വെട്ടിയെടുത്ത് കൊണ്ട് വരാനാവശ്യപ്പെടുന്നു (തലേ ദിവസം)
Step - 1 ഒരു ശീർഷത്തിൽ നിന്ന് എതിർനശത്തേക്ക് ഒരു ലംബം വരയ്ക്കാനാവശ്യപ്പെടുന്നു.
Step - II ഒരു ഭാഗം നിറം കൊടുക്കാനാവശ്യപ്പെടുന്നു.
Step - III ലംബത്തിലൂടെ മുറിച്ചെടുക്കാനാവശ്യപ്പെടുന്നു.
മുറിച്ചെടുത്ത വലിയ ഭാഗത്തിന്റെ എതിർ ദിശയിലൊട്ടിക്കാൻ നിർദ്ദേശിക്കുന്നു.



ചർച്ച : ? ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര?

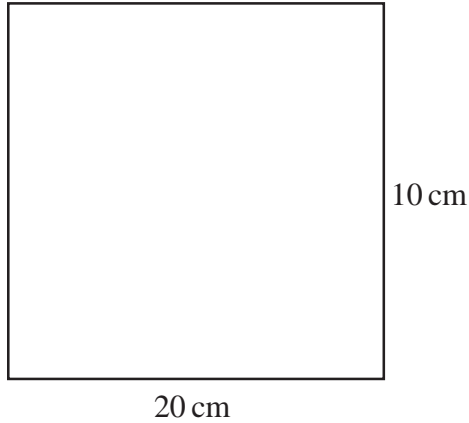
? ചതുരത്തിന്റെ ചെറിയ വശവും സാമാന്തരീകവുമായി എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു?

? സാമാന്തരീകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം?

Period - 2

➤ മറ്റൊരു രൂപത്തിൽ

20 സെ.മി, 10 സെ.മി വശങ്ങളുള്ള ഒരു ചതുരം തയ്യാറാക്കി വരാൻ തലേ ദിവസം നിർദ്ദേശിക്കുന്നു.

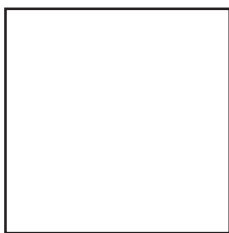


? ചതുരത്തിന്റെ നീളമെത്ര? = 20 സെ.മി

? ചതുരത്തിന്റെ വീതിയെത്ര? = 10 സെ.മി

? പരപ്പളവെത്ര? = $20\text{cm} \times 10\text{cm} = 200\text{cm}^2$

ഈ ചതുരത്തെ പകുതിയാക്കി മുറിക്കുക.



? ഈ രൂപത്തിന്റെ ആകൃതി എന്ത്?

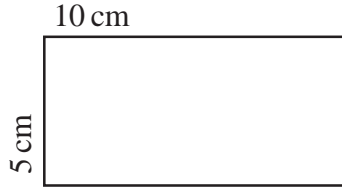
? വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?

? പരപ്പളവെത്ര?

ഇതിൽ ചതുരത്തെ പകുതിയാക്കാൻ നീളത്തെയാണല്ലോ മുറിച്ചത്. വീതിക്ക് മാറ്റമില്ല എന്ന് ഓർമ്മപ്പെടുത്തുന്നു.

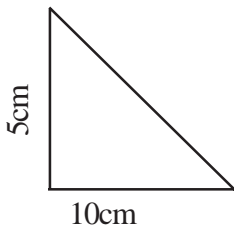
? വീണ്ടും പകുതിയാക്കി മുറിച്ചു മാറ്റം.

നീളത്തെ മുറിക്കാൻ പാടില്ല.



- ? കിട്ടിയ രൂപമെന്ത്?
- ? നീളമെത്ര? 10 സെ.മി
- ? വീതിയെത്ര? 5 സെ.മി
- ? പരപ്പളവെത്ര? $20\text{cm} \times 5\text{cm} = 50\text{cm}^2$

വീണ്ടും ഈ കടലാസ് പകുതിയാക്കി മുറിക്കാമോ? നീളവും വീതിയും മുറിക്കാൻ പാടില്ല. (വികർണത്തിലും മുറിക്കുന്നതിന് സാധ്യത ഉണ്ടാക്കുന്നതിലേക്ക് ചർച്ച നയിക്കുന്നു)



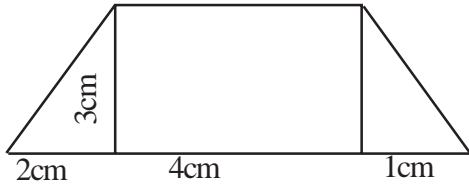
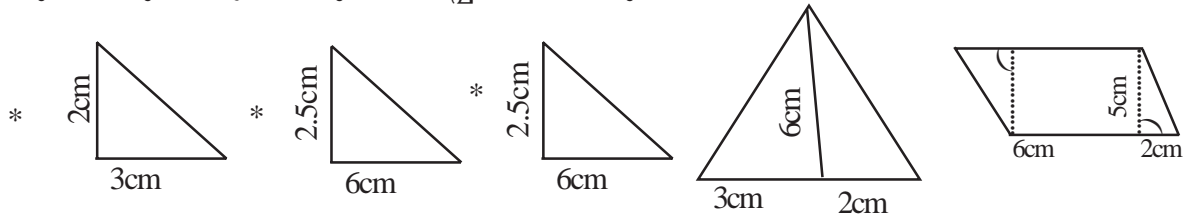
- ? ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ രൂപമെന്ത്?
- ? ഏത് തരം ത്രികോണമാണ്?
- ? ഇതിന്റെ ലംബവശങ്ങളുടെ നീളമെന്ത്?
- ? ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?
- ? ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവും ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?

ഇതൊരു മട്ടത്രികോണമാണെന്നും ഇതിന്റെ ലംബവശങ്ങളുടെ നീളം ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളമാണെന്നും ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ പകുതിയാണ് ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എന്ന് ക്രോഡീകരിക്കുന്നു.

ഇതിൽ നിന്നും ഏതൊരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെയും പരപ്പളവ് ലംബവശങ്ങളുടെ നീളത്തിന് തുല്യമായ നീളമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ പകുതിയാണെന്ന് കണ്ടെത്തുന്നു.

➤ ഗൃഹപാഠം

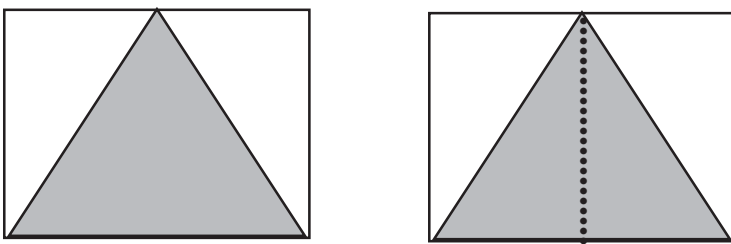
ചുവടെയുള്ള രൂപങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് കാണുക



ക്രോഡീകരണം
 സാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെയും ശീർഷത്തിൽനിന്ന് വരയ്ക്കുന്ന ലംബത്തിന്റെ നീളത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ് അതിന്റെ പരപ്പളവ്.

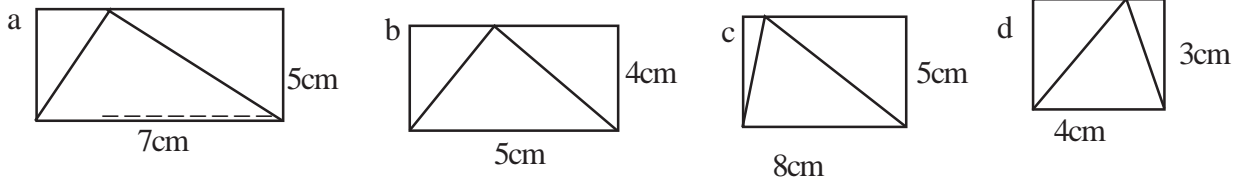
Period - 5

➤ ചതുരവും ത്രികോണവും



- ? ചിത്രത്തിൽ നീലനിറത്തിലുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവും ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവുമായി എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു?
- ? അതിന്റെ ശീർഷത്തിൽനിന്ന് ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നത് പോലെ ലംബം വരച്ചാൽ കിട്ടുന്ന 2 ഗോളങ്ങളിൽ നീലഭാഗം ഓരോ ഭാഗത്തിന്റെയും എത്ര ഭാഗമാണ്?
- ? എങ്കിൽ നീല ത്രികോണം ചതുരത്തിന്റെ എത്രഭാഗം? ചതുരത്തിന്റെ പകുതിയാണെന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നു.

? ഇങ്ങനെയായാലോ?



ഇവയിൽ ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗം ചതുരത്തിന്റെ എത്രഭാഗം?

ക്രോഡീകരണം

ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിലെ 2 ശീർഷങ്ങളിൽ നിന്ന് എതിർവശത്തെ, ഒരു ബിന്ദുവിലേക്ക് വരക്കുകയോടുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ആ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ പകുതിയായിരിക്കും.

Period - 6

ചർച്ച തുടരുന്നു

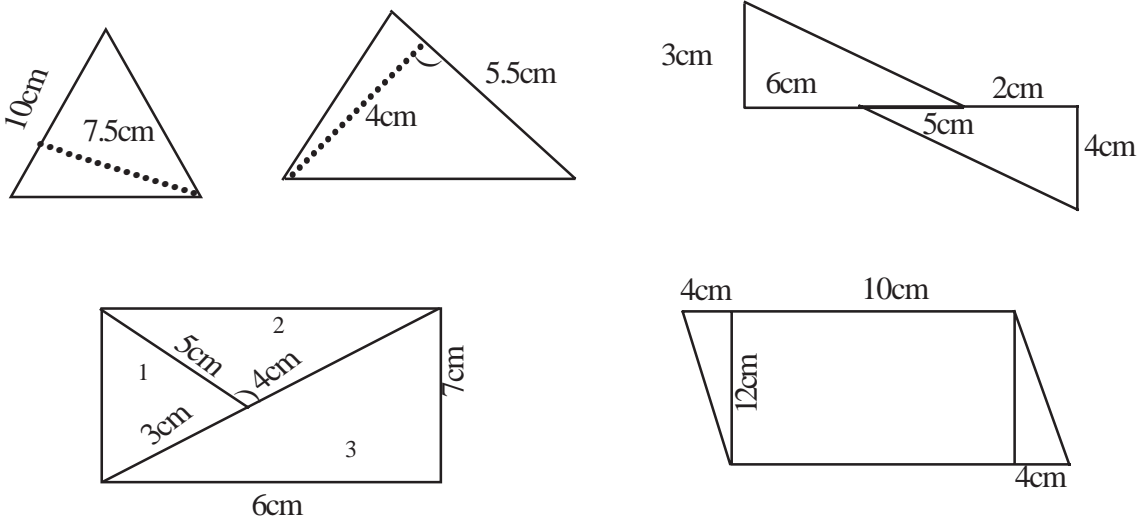
അധ്യാപിക ബിബിയിൽ ഒരു പട്ടിക വരച്ച് കുട്ടികളുടെ അവതരണങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്നു.

| ചതുരത്തിന്റെ വലിയവശം | ചതുരത്തിന്റെ ചെറിയവശം | ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് | ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് | ശീർഷണത്തിൽ നിന്ന് വരച്ച ലംബത്തിന്റെ നീളം | ത്രികോണത്തിന്റെ വലിയ വശത്തിന്റെ നീളം | ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവുമായുള്ള ബന്ധം |
|----------------------|-----------------------|------------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------------|---------------------------------------|
| a 7cm | 5cm | $7 \times 5 = 35\text{cm}^2$ | $\frac{35}{2} = 17.5\text{cm}^2$ | 5cm | 7cm | ഇവയുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതി |
| b 5cm | | | | | | |
| b 8cm | 4cm | | | | | |
| b 4cm | 5cm | | | | | |
| ? bcm | 3cm | | | | | |
| | bcm | | | | | |

ക്രോഡീകരണം
 ഏതൊരു ത്രികോണത്തിന്റെയും പരപ്പളവ് ഒരു വശത്തിന്റെയും, ആവശത്തിൽ നിന്ന് എതിർ ശീർഷത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന ലംബത്തിന്റെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെയും പകുതിയാണ്

ഗൃഹപാഠം

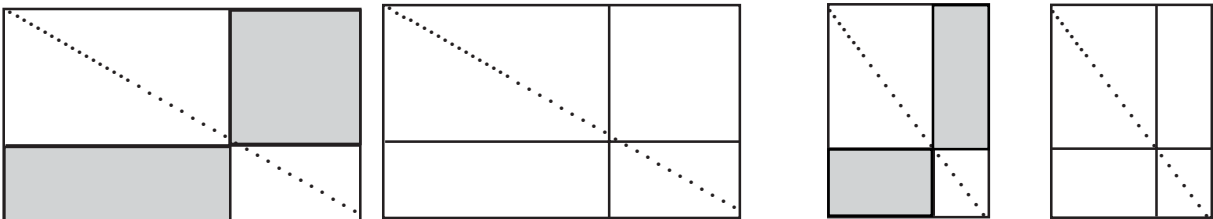
ചുവടെയുള്ള രൂപങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് കാണുക



Period - 7

ചതുരത്തിലെ ചതുരങ്ങൾ

ഈ പ്രവർത്തനം ചെയ്യുന്നതിന് തലേ ദിവസം തന്നെ ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ചതുരാകൃതിയിൽ കട്ടിക്കടലാസിൽ വെട്ടിയെടുത്ത് ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത് കൊണ്ട് വരാൻ പറയുന്നു. (d pains) (ICT)



?ചിത്രത്തിൽ നീലനിറത്തിലുള്ള ചതുരങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലെന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ?

അധ്യാപിക ഒരു മാതൃക B. B യിൽ ഒട്ടിക്കുന്നു.

ചർച്ച

സൂചക ചോദ്യങ്ങൾ

? ചതുരത്തിലെ വികർണം അതിനെ തുല്യവലുപ്പമുള്ള 2 മട്ടത്രികോണങ്ങളാക്കുന്നു.

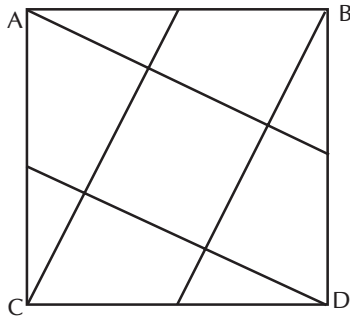
? ഓരോ മട്ടത്രികോണത്തിലും ചെറിയ മട്ടത്രികോണങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?

? ചെറിയ ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകൾ തുല്യമാണ്. വലിയ ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകൾ തുല്യമാണ്. എങ്കിൽ ചതുരങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകളോ?

തുല്യമാണ് എന്ന് ക്രോഡീകരിക്കുന്നു.

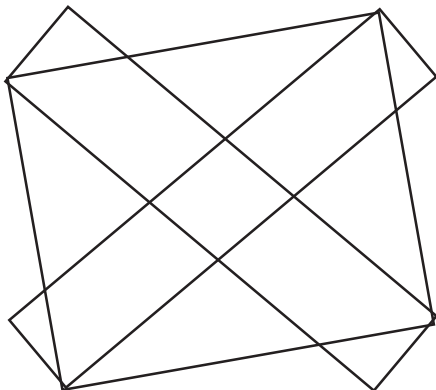
Period -8

സമചതുരഭാഗം



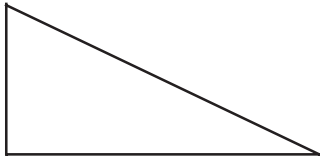
സമചതുരം ABCD യുടെ പരപ്പളവും ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്? ഇതിനായി തലേദിവസം ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നത് പോലെ 2 രൂപങ്ങൾ ഷെയ്ഡിൽ വെട്ടിയെടുത്ത് കൊണ്ട് വരാൻ നിർദ്ദേശിക്കുന്നു) കുട്ടികൾ TBയിൽ നിർദ്ദേശിച്ചത്പോലെ ഓരോ വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിൽ നിന്നും എതിർ ശീർഷത്തിലേക്ക് വരച്ച വരകളിലൂടെ മുറിച്ചെടുത്ത് മാറ്റി ഒട്ടിക്കട്ടെ. മാതൃക അധ്യാപിക B.B യിൽ ഒട്ടിച്ച് കാണിക്കുന്നു.

വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ 1/5 ഭാഗമാണ് ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

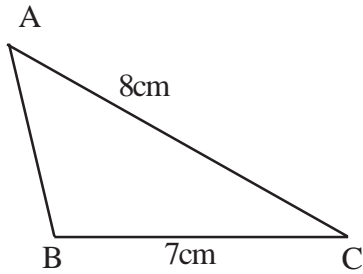


Period -8

മറ്റൊരു രീതിയിൽ



ത്രികോണം abcയുടെ പരപ്പളവ് കാണുന്നതിന് abയിൽ നിന്ന് b യിലേക്കുള്ള ലംബം വരച്ച് കാണാമല്ലോ? മറ്റേതെങ്കിലും രീതി നിർദ്ദേശിക്കാമോ? ചർച്ച bc നീട്ടിവെച്ച് (D)Aയിലേക്ക് ലംബം വരച്ചാലോ?

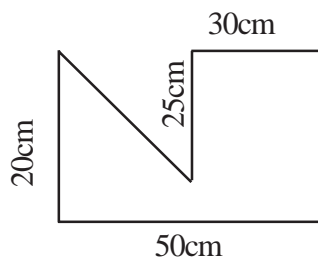
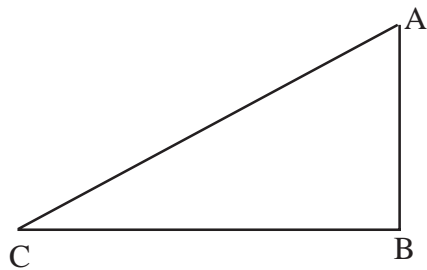


ക്രോഡീകരണം
 വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ (ΔADC) പരപ്പളവിൽ നിന്ന് ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ (ΔADB) പരപ്പളവ് കുറച്ചാൽ മതി.

Period -8

പരപ്പളവ് കാണുക.

കൂടുതൽ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ΔADB യിൽ ആവശ്യമുള്ള നീളങ്ങൾ അളന്ന് പരപ്പളവ് കാണുക



ചിത്രത്തിൽ 7 രൂപങ്ങളുണ്ട്. സമചതുരം ABCD യുടെ പരപ്പളവ് കാണുന്നതിന് ചുരുങ്ങിയത് എത്ര രൂപങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് കാണണം?

? 5 സെ.മി വശമുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിൽ ഈ രൂപങ്ങൾ വരച്ച് വെട്ടിയെടുത്ത് ഓരോ രൂപത്തിന്റെയും പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുക.

ചിത്രത്തിലെ വശങ്ങളും കോണുകളും തുല്യവും തുല്യമാണെങ്കിൽ ഈ രൂപത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

